FD-2648

B.Sc./B.Sc. B.Ed. (Part-I)
Examination, 2022

MATHEMATICS

Paper - I

Algebra and Trigonometry

Time : Three Hours] [*Maximum Marks* : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्नों से किन्हीं **दो** भागों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any **two** parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (*a*) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

Find out the inverse of Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

(*b*) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ का की जाति तथा शून्यता ज्ञात कीजिए।

Find the rank and nullity of the Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

(*c*) समीकरण $x^3 - 5x^2 - 16x + 80 = 0$ को हल कीजिए, जहाँ इसके दो मूलों का योग शून्य है।

Solve the equation $x^3 - 5x^2 - 16x + 80 = 0$, where sum of its two roots is zero.

इकाई / Unit-II

2. (*a*) निम्न समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

Solve the following equations by Matrix method :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

(*b*) बहुपदों $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$ तथा $g(x) = x^2 - x - 2$ का महत्तम समापवर्तक (g.c.d.) ज्ञात कीजिए।

Find out the greatest common divisor (g.c.d.) of the polynomials $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$ and $g(x) = x^2 - x - 2$.

(*c*) समीकरण $x^3 - 6x - 13 = 0$ का हल कार्डन विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

Solve the equation $x^3 - 6x - 13 = 0$ by Cardon's method.

इकाई / Unit-III

3. (*a*) यदि R और S समुच्चय A में दो तुल्यता संबंध हों, तो सिद्ध कीजिए कि $R \cap S$ भी A में तुल्यता संबंध है।

If R and S are an equivalence relation in set A, then prove that $R \cap S$ is also an equivalence relation in set A.

(*b*) ग्रुप $(G, \cdot)$ के एक अवयव a की कोटि, उसके प्रतिलोम a^{-1} की कोटि के बराबर होती है, अर्थात $0(a) = 0(a^{-1})$।

The order of an element a of a group $(G, \cdot)$ is the same as the order of a^{-1}, i.e. $0(a) = 0(a^{-1})$.

(*c*) एक चक्रीय समूह की कोटि, जनक अवयव की कोटि के बराबर होती है।

As order of a cyclic group is an equal to an order of its generating element.

इकाई / Unit-IV

4. (*a*) यदि $f: G \to G'$ समूह समाकारिता है, तो f का कर्नेल K समूह G का एक प्रसामान्य उपसमूह होता है।

If $f: G \to G'$ is group Homomorphism, then Kernel K of f is a normal subgroup of group G.

(*b*) दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है।

Intersection of two subrings is also a subring.

(*c*) प्रत्येक क्षेत्र (फील्ड) आवश्यक रूप से एक पूर्णांकीय-डोमेन होता है। परन्तु विलोम सदैव सत्य नहीं है।

Every field is an integral domain but converse is not true.

इकाई / Unit-V

5. (*a*) सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^4}{(\sin\theta + i\cos\theta)^5} = \sin 9\theta - i\cos 9\theta$$

To prove that :

$$\frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^4}{(\sin\theta + i\cos\theta)^5} = \sin 9\theta - i\cos 9\theta$$

(*b*) समीकरण $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$ का हल ज्ञात कीजिए।

Solve the equation

$$\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$$

(*c*) अनंत पदों तक योगफल ज्ञात कीजिए :

$$\cos\theta - \frac{\cos 2\theta}{2!} + \frac{\cos 3\theta}{3!} \ .....$$

Find sum of infinite terms of the

$$\cos\theta - \frac{\cos 2\theta}{2!} + \frac{\cos 3\theta}{3!} .....$$

———