



**FD-2649**

B.Sc./B.Sc. B.Ed. (Part-I)  
Examination, 2022

**MATHEMATICS**

Paper - II

Calculus

*Time* : Three Hours]                      [*Maximum Marks* : 50

---

**नोट** : प्रत्येक प्रश्नों से किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिए।  
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note** : Answer any **two** parts from each question. All  
questions carry equal marks.

---

**इकाई / Unit-I**

1. (a) फलन  $\phi(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$  के  $x = 0$  पर

सांतत्य एवं अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए।

---

( 2 )

Test the continuity and differentiability of the function :

$$\phi(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases} \text{ at } x = 0.$$

(b) सिद्ध कीजिए कि :

$$\log \cos h x = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} \dots\dots$$

Prove that :

$$\log \cos h x = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} \dots\dots$$

(c) निम्नलिखित फलन का  $n$ वाँ अवकलन गुणांक ज्ञात कीजिए :

$$\sin^4 x$$

Find the  $n^{\text{th}}$  differential coefficient of the following function :

$$\sin^4 x$$

### इकाई / Unit-II

2. (a) वक्र  $x^3 + y^3 = 3axy$  की अनन्तस्पर्शियां ज्ञात कीजिए।

( 3 )

Find the asymptotes of the curve  
 $x^3 + y^3 = 3axy$ .

- (b) दर्शाइए कि प्रत्येक बिन्दु जिसमें दिया गया वक्र  $y = c \sin(x/a)$   $x$ -अक्ष को मिलाता है, एक नति परिवर्तन बिन्दु है।

Show that every point in which the given curve  $y = c \sin(x/a)$  meets the axis of  $x$  is a point of inflexion.

- (c) यदि हृदयाभ  $r = a(1 + \cos \theta)$  की ध्रुव से जाने वाली किसी जीवा के सिरोँ पर वक्रता त्रिज्याएँ  $\rho_1$  और  $\rho_2$  हों, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$9(\rho_1^2 + \rho_2^2) = 16a^2$$

If  $\rho_1, \rho_2$  be the radii of the curvature at the extremities of any chord through the pole of the cardioid  $r = a(1 + \cos \theta)$ , prove that :

$$9(\rho_1^2 + \rho_2^2) = 16a^2$$

## इकाई / Unit-III

3. (a)  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{1}{1+\sqrt{\tan x}} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{1}{1+\sqrt{\tan x}} dx$ .

- (b) वक्र  $y = \log_e \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  के चाप की लम्बाई

$x = 1$  से  $x = 2$  के बीच ज्ञात कीजिए।

Find the length of arc of the curve

$$y = \log_e \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \text{ from } x = 1 \text{ to } x = 2.$$

- (c) सिद्ध कीजिए कि वक्र  $(a-x)y^2 = a^2x$  को उसके अनन्तस्पर्शी परितः धुमाने से जनित ठोस

का आयतन  $\frac{1}{2}\pi^2 a^3$  होता है।

Show that the volume of solid generated by the revolution of the curve  $(a-x)y^2 = a^2x$  about its asymptote

is  $\frac{1}{2}\pi^2 a^3$ .

(5)

इकाई / Unit-IV

4. (a) हल कीजिए :

$$(x^2 D^2 + 3xD + 1)y = \frac{1}{(1-x)^2}$$

Solve :

$$(x^2 D^2 + 3xD + 1)y = \frac{1}{(1-x)^2}$$

(b) अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(px - y)(py + x) = h^2 p$$

Solve the differential equation :

$$(px - y)(py + x) = h^2 p$$

(c) अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = x^2 \sin 2x$$

Solve the differential equation :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = x^2 \sin 2x$$

## इकाई / Unit-V

5. (a) हल कीजिए :

$$\sin^2 x \frac{d^2 y}{dx^2} = 2y$$

दिया है कि  $y = \cot x$  एक हल है।

Solve :

$$\sin^2 x \frac{d^2 y}{dx^2} = 2y$$

Given that  $y = \cot x$  is a solution.

(b) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = \frac{2}{1 + e^x}$$

Solve by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = \frac{2}{1 + e^x}$$

(c) हल कीजिए :

$$t dx = (t - 2x) dt$$

$$t dy = (tx + ty + 2x - t) dt$$

(7)

Solve :

$$t dx = (t - 2x) dt$$

$$t dy = (tx + ty + 2x - t) dt$$

---